**מבחן במבני נתונים**

**מספר קורס 2-7016610-1,2,3,5  
סמסטר ב' תשע"ו**

**ד"ר ליעד גוטליב, גב' אליזבט איצקוביץ, פרופ' דנה שפירא**

**מועד ב' - 25.7.2016**

**הנחיות כלליות:**

משך הבחינה: 180 דקות.

* **אין**להשתמש בכל חומר עזר.
* **אין** להוציא את שאלון המבחן - יש להשאירו במחברת הבחינה.
* **יש** לענות על כל 5 השאלות. תשובה נכונה מזכה ב- 20 נקודות.
* בשאלות בהן נדרשת כתיבה של אלגוריתם – יש לכתוב בפסאודו-קוד.
* בשאלות בהן נדרשת סבוכיות זמן יש להתייחס ל- O (O גדול) אלא אם כן נאמר מפורשות אחרת.

**בהצלחה רבה !**

**שאלה 1 (20 נקודות)**

נניח שבעץ חיפוש בינרי מאוחסנים מספרים בין 1 ל-1000 וברצוננו לחפש את מספר 363. אלו מהסדרות הבאות **אינן** יכולות להיות סדרות חיפוש שנבחנו במהלך החיפוש? **נמק!** (קרא מימין לשמאל)

* 1. 2, 252, 401, 398, 330, 344, 397, 363
  2. 924, 220, 911, 244, 898, 258, 362, 363
  3. 925, 202, 911, 240, 912, 245, 363אינו אפשרי כי 912 אינו יכול להיות בתת העץ השמאלי של 911
  4. 2, 399, 387, 219, 266, 382, 381, 278, 363
  5. 935, 278, 347, 621, 299, 392, 358, 363אינו אפשרי כי 299 אינו יכול להיות בתת העץ הימני של 347.

אני מציעה לתת 2 נקודות לסעיף במידה וענו כן/לא בצורה נכונה, ו-5 נקודות נוספות ל-2 ההסברים.

**שאלה 2 (20 נקודות)**

נתון עץ AVL**T**. כל צומת (**node**) ב- **T** מכיל את הערך שלו, **int data**, מצביעים לבנים שלו **left**, **right**, ומספר הצמתים בתת העץ שלו **size** (כלומר מספר הצמתים בתת העץ שהצומת ההוא מהווה שורש). כרגיל, העץ עצמו מכיר רק את השורש שלו, **node root**.

1. הוסף לעץ פונקציה

**int kth(int k)**

להחזרת האיבר ה-k בגודלו בעץ ה- AVL**T**, כלומר, האיבר ה-**k** בסדרה הממוינת של האיברים בעץ מהמספר הקטן לגדול. ניתן בהחלט לכתוב פונקצית עזר

**int kth(node n, int k)**

1. מה סבוכיות האלגוריתם שכתבת?

int kth(int k) { kth(root, k) }

int kth(node n, int k) {

If(k = left.size + 1) return n.data;

else if(k<left.size) return kth(left, k);

else return kth(right, k-left.size-1);

}

15 נקודות על האלגוריתם, ו-5 על זמן ריצה. פתרון שרץ בזמן O(n) או יותר זוכה לכל היותר ב-5 נקודות.

4 נקודות (מתוך) 15 לפתרון שרץ בזמן O(n) או יותר, פלוס 5 נקודות על ניתוח נכון.

הורדת 6 נקודות אם חסר המקרה של i>k או חסר i<k, ושלוש אם חסר i=k.

**שאלה 3 (20 נקודות)**

1. צייר ערמה בינומית בשם A לאברים 1,2,3,4,5,6.
2. צייר ערמה בינומית בשם B לאברים 7,8,9,10,11,12,13.
3. צייר ערמה בינומית C שהיא איחוד של ערמות A,B.
4. מחק מערמה C את האיבר המקסימלי.
5. מהי סיבוכיות הזמן של הפעולות הבאות? הסבר!
   1. איחוד שתי ערמות בינומיות. O(log n)
   2. מחיקת האיבר המקסימלי מערמה בינומית. O(log n)

יש הרבה פתרונות אפשריים. 4 נקודות לכל סעיף.

**שאלה 4 (20 נקודות)**

1. נתון העץ אדום-שחור הבא (צמתים אדומים צבועים באפור, עלי **NULL** אינם מסומנים)

**2**

**1**

**7**

**8**

**5**

**14**

**15**

**11**

הכנס/י את הצומת שמספרו 4 לעץ. במידה ותכונה מסוימת בעץ האדום-שחור מופרת, תקן/י לפי האלגוריתם שנלמד בכתה. הסבר/י כל שלב בדרך לפתרון.

1. צייר עץ אדום-שחור עם 19 קדקודים כך שלכל היותר אחד מתוכם הוא אדום.

**הערות לסעיף זה:**

* 1. 19 הקודקודים לא כוללים קודקודי NULL.
  2. העץ צריך לקיים את הגדרת עץ אדום שחור, למרות שיתכן שלא יתקבל מהפעלת הכנסה חוזרת לעץ אדום שחור לפי האלגורתם שנלמד בהרצאה.

סעיף א' 12 נקו, סעיף ב' 8.

**שאלה 5 (20 נקודות**)

1. נתון מערך A בגודל n של מספרים ממשיים המייצג ערימה מקסימלית, כאשר הספירה של האינדקסים מתחילה ב-1.

הערימה היא "חוקית" כלומר כל איבר גדול או שווה לערך של בניו, פרט אולי ל- **A[1]** שבו יש ערך שאינו מוגדר (כלומר ערך שטרם אותחל).שים לב ש A[2] ו- A[3] הם שורשים של ערימות מקסימליות חוקיות.

כתוב אלגוריתם **יעיל** בפסודו-קוד להפיכת A לערימה אחת בעלת n-1 איברים.

מהי סבוכיות זמן האלגוריתם שיבצע את הפעולה הנ"ל?

נניח ש- heap-size(*A*) ≈n

**FixHeap(*A*, *1*)**

*A*[1] ← *A*[n]

heap-size(*A*) ← heap-size(*A*) – 1

Heapify-Down(*A*, *1*)

1. נניח כעת שהערימה היא "חוקית" כלומר כל איבר גדול או שווה לבניו, פרט אולי ל- **A[i]**שבו יש ערך לא מוגדר.

כתוב אלגוריתם בפסאודו-קוד **יעיל** להפיכת A לערימה חוקית בעלת n-1 איברים.

מהי סבוכיות זמן האלגוריתם שיבצע את הפעולה הנ"ל?

**FixHeap(*A*, *i*)**

*A*[*i*] ← *A*[heap-size(*A*)]

heap-size(*A*) ← heap-size(*A*) – 1

**if***i*> 1 and *A*[*i*] >*A*[parent(*i*)]

**then**Heapify-Up(*A*, *i*)

**else**Heapify-Down(*A*, *i*)

בשני הסעיפים הסיבוכיות היאO(log n)כגובה הערימה.

10 נקודות לסעיף

יש להוריד 5 נקודות לפחות בסעיף ב' לסטודנטים שרק דרדרו למטה את האיבר ה-i ולא למעלה גם.